| Exercice 1 | 5 points | Bac 4 Sc 2015 s. C. | |
|---|---|---|---|

l'espace rapporte a un repere orthonorme direct $\left(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k}\right)$ , on considère la sphère (S) d'équation $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2y - 23 = 0$.

1/ Justifier que (S) est de centre le point I (1, - I, 0) et de rayon 5.

2/ Soit le point J(- 1, 1, 1) et soit (P) l'ensemble des points M(x,y,z) tels que $\vec{JI} \cdot \vec{JM} = 0$ .

a) Justifier que (P) est le plan d'equatlon $2x - 2y - z + 5 = O$.

b) Montrer que l'intersection de (S) et (P) est le cercle (C) de centre J et de rayon 4.

3/ Soit le point A(-5, 5, 3) et (S') la sphère de centre A et de rayon $2\sqrt{13}$ .

a) Montrer que A appartlent a la drorte (IJ).

b) Montrer que $AJ = 6$.

4/ Soit M un point du cercle (C).

a) Justifier que le triangle AJM est rectangle en J

b) En déduire que $AM = 2\sqrt{13}$ .

c) Déterminer alors l'intersection de la sphère (S') et du plan (p).

| Exercice 2 | 5 points | Bac 4 Sc 2015 s. pr. | |
|---|---|---|---|

L'espace est rapporté à un repère orthonormé $\left(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k}\right)$.

On considère les points $A(1,1,0)$, $B(1,-1,2)$, $C(0,1,1)$ et $D(1,1,4)$.

**1/a**) Montrer que A, B et C déterminent un plan qu'on notera P

**b**) Justifier que le plan P est d'équation $x + y + z - 2 = 0$.

**c**) Vérifier que $D \notin P$.

**2**/ Soit $(\mathscr{C})$ le cercle circonscrit au triangle ABC et H le milieu du segment [AB].

**a**) Montrer que le triangle ABC est rectangle en C .

**b**) En déduire que H est le centre de $(\mathscr{C})$.

**3**/ Soit $\Delta$ le droite perpendiculaire au plan P passant par H.

Justifier qu'une représentation paramétrique de $\Delta$ est $\begin{cases} x = 1 + \alpha \\ y = \alpha \\ z = 1 + \alpha \end{cases}$ ; $\alpha \in IR$.

**4**/ Soit M un point de $\Delta$.

**a**) Justifier que MA=MB=MC.

**b**) Montrer qu'il existe un unique point I de $\Delta$ tel que IA=ID.
Donner ses coordonnées.

**c**) Déduire de ce qui précède, que les points A, B, C et D appartiennent à une même sphère (S) dont on précisera le centre et le rayon.


: 23390248 - 29862267
Tous droits réservés © TakiAcademy.com

| Exercice 3 | 5 points | Bac 4 M 2002 Contr. | |
|---|---|---|---|

Soit f la fonction définie sur $]-2;+\infty[$ par $f(x) = \ln(x+2)$

**1/a-** Dresser le tableau de variation de f.

**b-** Tracer la courbe $C_f$ de f dans un repère orthonormé $\left(O, \vec{i}, \vec{j}\right)$.

**2/** Soit m un réel de l'intervalle $]-2;-1[$ et $A_m$ la mesure de l'aire de la partie du plan limitée par la courbe $C_f$, l'axe des abscisses et les droites d'équations respectives $x = m$ et $x = -1$.

**a-** Montrer que $\int_{-1}^{m} \frac{x}{x+2}dx = m + 1 - 2\ln(m+2)$.

**b-** Calculer $A_m$ en fonction de m.

**c-** Calculer $A = \lim\limits_{m \to -2^+} A_m$. Interpréter graphiquement la valeur de A.

**3/** Montrer que l'équation $f(x) = x$ admet dans l'intervalle $]-1;+\infty[$ une solution unique noté $\alpha$. Vérifier que $1,1 < \alpha < 1,2$.

**4/** Soit $(u_n)$ la suite définie sur IN par : $u_0 = 5$ et $u_{n+1} = f(u_n)$ .

**a-** montrer que $\forall n \in \mathbb{N}; u_n > \alpha$.

**b-** Montrer que la suite $(u_n)$ est décroissante.

**c-** Déduire que $(u_n)$ converge. Déterminer $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n$.

| Exercice 4 | 4 points | Bac 4 Sc 2015 s. Contrôle | |
|---|---|---|---|

1/ Soit $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ la suite géométrique de premier terme $u_0 = \frac{1}{3}$ et de raison $\frac{1}{3}$.

a) Calculer $u_1$.

b) Déterminer $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n$.

c) Pour tout entier naturel n, on pose $S_n = u_0 + u_1 + u_2 + \ldots + u_n$.

Montrer que $S_n = \frac{1}{2}\left(1 - \frac{1}{3^{n+1}}\right)$.

2/ En utilisant les variations de la fonction $h : x \mapsto e^x - 1 - x$, montrer que $1+x \leqslant e^x$ Pour tout réel x.

3/ Soit $(v_n)$ la suite définie, pour tout entier naturel n, par

$v_n = (1+u_0)(1+u_1)(1+u_2) \times \ldots \times (1+u_n)$

a) Calculer $v_0$ et $v_1$.

b) Montrer que la suite $(v_n)$ est croissante.

c) Montrer que, pour tout entier naturel n, $v_n \leqslant e^{\frac{1}{2}\left(1-\frac{1}{3^{n+1}}\right)}$.

d) Montrer que la suite $(v_n)$ est convergente.

e) Soit L la limite de la suite $(v_n)$. Montrer que $1 < L \leqslant \sqrt{e}$.

| Exercice 5 | 8 points | Bac 4 M 1995 s. principale (Extrait) | |
|---|---|---|---|

**1**) Soit la fonction $\varphi$ définie sur IR par $\varphi(x) = e^x(2-x) - 2$

**a-** Etudier les variations de $\varphi$.

**b-** Montrer que l'équation $\varphi(x) = 0$ admet dans IR exactement deux solutions. On notera a la solution non nulle et on vérifiera que $1<a<2$.


Tous droits réservés © TakiAcademy.com

**c**- En déduire le signe de $\varphi(x)$.

**2**) Soit f la fonction définie sur IR par : $f(x) = \begin{cases} \dfrac{x^2}{e^x - 1} & \text{si } x \neq 0 \\ 0 & \text{si } x = 0 \end{cases}$

**a**- Montrer que f est dérivable en 0.

**b**- Vérifier que pour tout $x \in IR^*$ on a : $f'(x) = \dfrac{x\varphi(x)}{(e^x - 1)^2}$.

**c**- Montrer que $f(a) = a(2 - a)$.

**d**- Etudier les variations de f, puis construire la courbe représentative de f dans le plan rapporté à un repère orthonormé $\left(O, \vec{i}, \vec{j}\right)$

( pour la construction on prendra $a = 1,6$ ).

**3**) On considère la fonction F définie sur $IR^+$ par : $F(x) = \int_0^x f(t)dt$

Désignons par $L = \lim\limits_{x \to +\infty} F(x)$.

**a**- Montrer que : Pour tout $t \in [\ \ln(2), +\infty\ [$ ; $f(t) \leq 2t^2e^{-t}$.

**b**- A l'aide de deux intégrations par parties montrer que

$$\int_{\ln(2)}^x t^2e^{-t}dt = -x^2e^{-x} - 2xe^{-x} - 2e^{-x} + \frac{1}{2}(\ln 2)^2 + \ln 2 + 1.$$

**c**- Déduire que $L \leq F(\ln(2) + \frac{1}{2}(\ln 2)^2 + \ln 2 + 1$.

**4**) n désigne un entier naturel non nul.

**a**- Montrer que pour tout réel strictement positif x, on a :

$$\frac{1}{e^x - 1} = e^{-x} + e^{-2x} + \ldots + e^{-nx} + \frac{e^{-nx}}{e^x - 1}.$$

**b**- Montrer que $\forall x \in IR^+; 0 \leq \int_0^x f(t)e^{-nt}dt \leq \dfrac{a(2 - a)}{n}$.

**c**- Montrer que $\lim\limits_{x \to +\infty} \left( \int_0^x t^2e^{-nt}dt \right) = \dfrac{2}{n^3}$.

**d**- Montrer enfin que $L = \lim\limits_{n \to +\infty} \left[ 2\left(1 + \dfrac{1}{2^3} + \dfrac{1}{3^3} + \ldots + \dfrac{1}{n^3}\right) \right]$


Tous droits réservés © TakiAcademy.com